

Title	函数方程式 $f(x) = \frac{1}{2} \int_{-x-1}^{-x-1} f(t) dt$ 二就テ II
Author(s)	南雲, 道夫; 角谷, 静夫
Citation	全国紙上数学談話会. 22 p.68-1-p.68-2
Issue Date	1934-12-05
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/73905
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

68 函数方程式 $f(x) = \frac{1}{2} \int_{x-1}^{x+1} f(t) dt = \text{定数}$ II

(阪大) 南雲道夫 角谷静夫

21号 = 定数

$$f(x) = \frac{1}{2} \int_{x-1}^{x+1} f(t) dt$$

か" $ax+b$ 以外 = integral function を解トシテ有スルカヲ問題トシテ残
シテ置イタカ" 此ノ方程式ハ解トシテ $ax+b$ 以外 = 初等的 + integral
function ヲ有スル。シカE linearly independent + integral function
ヲ abzählbar unendlich タ"ト有スルコトガワカツタ。

即チ

$$f(x) = e^{\alpha x}, \quad \alpha: \text{複素数}$$

トシテ上式ヲ満足スル様 = α ヲ定メルコトガ出来ル。簡単 + 計算ノ結果 α ハ

$$\phi(\alpha) = \frac{e^{\alpha} - e^{-\alpha}}{2\alpha} - 1 = 0$$

ヲ満足スルコトガ必要 = シテ十分ナル。 $\phi(\alpha)$ ナル α = 関ニテノ integral
function ハ無数ノ零點ヲモツ。(コレヲ α_n トスル)

$$\alpha = a + bi, \quad a, b \text{ real}$$

トシテソノ分布ヲシラヘ"ル

$$b = \pm e^{|a|} (1 + o(1))$$

$$a = \pm \cot b \cdot b (1 + o(1))$$

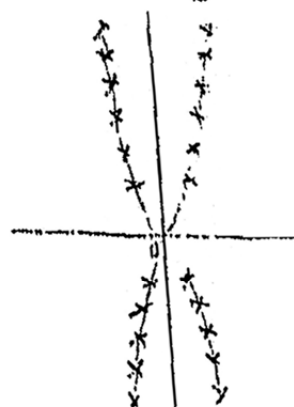
即" 大体等距離ノ割合ニ分布シテナル。

且、 $e^{\alpha_n x}$ ハ互 = linearly independent ナル。

之カヲ若シ $\sum c_n e^{\alpha_n x}$ ガ一様収斂セラバ之カ又問題ノ方程式ヲ満
足スルコトハ明カナル。従"テ逆 = 問題ノ方程式ヲ満足スル函数ガ
 $ax+b + \sum c_n e^{\alpha_n x}$ ナル形ニ表ハサレルカ? トユフ事ガ問題トナル。コレハ

仲ハ容易ナ"イ。

尚上ト同様 + 問題及ビ"方法ガ一般 = Stieltjes 積分



$$\int_{x-a}^{x+a} f(t) d\varphi(t) = 0$$

此函数方程式 = モ拡張サレル。ヨリ場合 = ハ

$$\int_{-a}^{+a} e^{\lambda t} d\varphi(t) = G(\lambda)$$

トスレバ $G(\lambda)$ ハ λ 1 integral function ナル。 λ_n ヲソノ零點トスレバ

$$f(x) = e^{\lambda_n x}$$

ハ問題 1 方程式ヲ満足スル。從ツテ又問題 1 方程式ヲ満足スル函数 $f(x)$ ガ $\sum c_n e^{\lambda_n x}$ ナル形 = 表ハサレルカト云フ問題が生ジル。

此ノ拡張カルタ問題ハ、ヨリ特殊ナリ場合トシテ週期函数ヲ Fourier 級数 = 展開スル問題ヲ含ムナル。何トスレバ

$$\varphi(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \text{ 1 トキ} \\ 1 & 0 < t \leq 1 \text{ " } \\ 0 & 1 < t \text{ " } \end{cases}$$

トスレバ 函数方程式ハ

$$f(x+1) - f(x) = 0$$

$$\text{又 } G(\lambda) = e^{\lambda} - 1$$

此ノ零點ハ $\lambda_n = 2n\pi i$ 從ツテ 1 ヲ週期トスル函数ガ $\sum c_n e^{2n\pi i x}$ ナル形 = 表ハサレルカト云フ事ガ問題トナル。之ガ即チ Fourier 級数論 = 外ナラナイ。

(12月4日)